

## Een ranglijst van alle schakers

Bij een schaakpartij kan een speler punten verdienen. Als hij een partij wint, krijgt hij 1 punt. Als hij verliest, dan krijgt hij 0 punten. Wanneer de partij in remise eindigt (geen van beide spelers heeft gewonnen), dan krijgt hij 0,5 punt.

Door op bovenstaande manier punten toe te kennen, kan een ranglijst worden opgesteld van alle wedstrijdspelers in de wereld. De top 10 van deze ranglijst (juni 2017) zie je in de figuur.

In de figuur zie je bij elke speler zijn **rating**. Hoe hoger de rating, des te beter de speler tot dan toe heeft gespeeld. De rating wordt altijd afgerond op een geheel getal.

In deze opgave wordt uitgelegd hoe de rating van een speler berekend wordt. Hiervoor kijkt men allereerst naar de **vooraf verwachte score** voor de speler bij elke partij die hij gaat spelen: dat is een voorspelling van het aantal punten dat hij met die partij gaat scoren. Dit getal ligt tussen 0 en 1. Als het kleiner is dan 0,5, dan mag je verwachten dat hij zal verliezen. Als het groter is dan 0,5, dan mag je verwachten dat hij zal winnen.

Als twee schakers, speler A en speler B, een partij tegen elkaar gaan spelen, dan kan met behulp van de rating van beide spelers de vooraf verwachte score bij de partij voor speler A worden berekend<sup>1)</sup> met de volgende formule:

$$V_A = \frac{1}{1 + 10^{0,0025 \cdot (R_B - R_A)}}$$

Hierin is:

- $V_A$  de vooraf verwachte score bij de partij voor speler A
- $R_A$  de rating van speler A
- $R_B$  de rating van speler B

Schakers Rutten en Faber gaan een partij spelen. De rating van Rutten is 2307, de rating van Faber is 2107.

3p 13 Laat met behulp van de formule zien dat je mag verwachten dat Faber zal verliezen.

noot 1 In de praktijk worden andere formules gebruikt, maar de gegeven formule geeft een goede benadering.

figuur

#	naam	land	rating
1	Carlsen		2827
2	Kasparov		2812
3	Vachier-Lagrave		2810
4	Kramnik		2809
5	Aronian		2807
6	Caruana		2800
7	Mamedyarov		2792
8	Anand		2791
9	So		2783
10	Grischuk		2779

De rating van schaker Altena (schaker A) is 1932. Er geldt: hoe hoger de rating van zijn tegenspeler (schaker B) is, des te lager is de vooraf verwachte score voor Altena. Dit kan beredeneerd worden aan de hand van de formule.

- 3p **14** Geef deze redenering zonder gebruik te maken van de grafische rekenmachine.

We gaan er in de rest van deze opgave van uit dat de nieuwe rating van een speler wordt berekend direct na het spelen van de partij. Deze nieuwe rating wordt bepaald met behulp van het aantal punten  $P$  dat de speler met de partij scoorde (0 of 0,5 of 1) en de vooraf verwachte score  $V$  bij de partij voor de speler. Voor een grootmeester (een zeer goede schaker) gaat dit met het onderstaande stappenplan:

- 1 Eerst wordt het verschil berekend van het aantal punten dat de speler met de partij scoorde en de vooraf verwachte score voor de speler bij deze partij (dus  $P - V$ ).
- 2 De uitkomst bij stap 1 wordt vermenigvuldigd met 10.
- 3 De uitkomst bij stap 2 wordt afgerond op een geheel getal.
- 4 De uitkomst bij stap 3 wordt opgeteld bij de rating die de speler vóór de partij had.

Op het Tata Steel-schaaktoernooi in 2015 speelden de grootmeesters Magnus Carlsen en Radoslaw Wojtaszek tegen elkaar. Voorafgaand aan deze partij was de rating van Carlsen 2862 en die van Wojtaszek 2744. De partij werd gewonnen door Wojtaszek.

- 4p **15** Bereken de nieuwe rating van Wojtaszek.

De rating van een grootmeester kan door één partij nooit met meer dan 10 punten stijgen.

- 3p **16** Leg uit waarom dit juist is.